CAPÍTULO VIII

TRAÇÃO OU COMPRESSÃO AXIAL (SIMPLES)

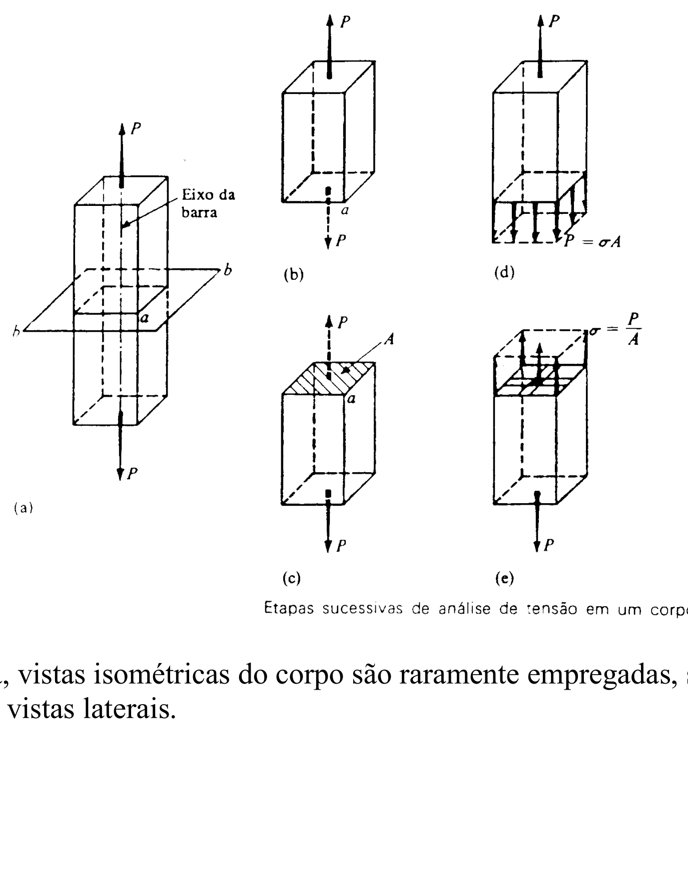
I. CONCEITO:

Quando um corpo que está sob ação de forças externas, na direção do seu eixo longitudinal, origina-se Esforços Normal no seu interior, mesmo sendo de equilíbrio a situação.

Assim como todo o corpo está em equilíbrio, qualquer parte sua também estará.

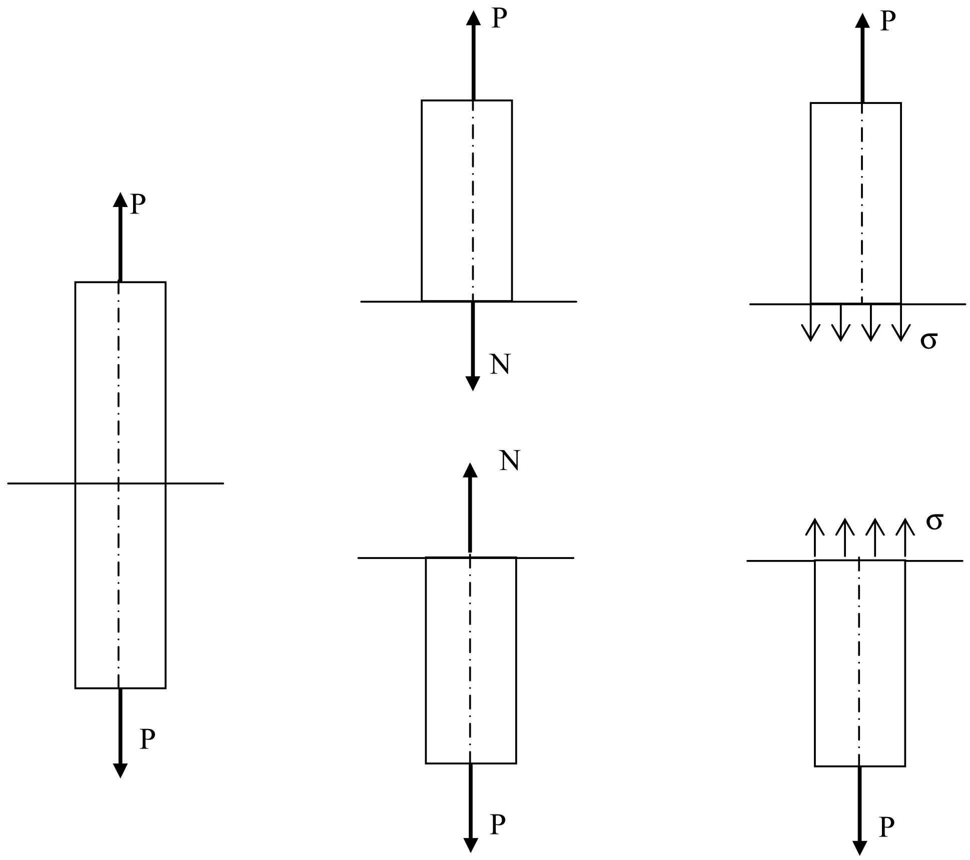
Adotando-se o método nas seções, e seccionando o corpo, na seção de corte de área A, deve aparecer uma força equivalente ao esforço normal N, capaz de manter o equilíbrio das partes do corpo isoladas pelo corte (fig. b e c). Observe que se as partes isoladas forem novamente unidas, voltamos a situação precedente ao corte.

Neste caso, apenas a solicitação de esforço normal N, atuando no centro de gravidade da seção de corte é necessária para manter o equilíbrio.



Etapas sucessivas de análise de tensão em um corpo

Na prática, vistas isométricas do corpo são raramente empregadas, sendo a visualização simplificada por vistas laterais.



$$\Sigma F_V = 0 \qquad \therefore \qquad N - P = 0$$

$$N = P$$

Admite-se que este esforço normal se distribui uniformemente na área em que atua (A), ficando a tensão definida pela expressão:

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

sendo:

N → Esforço Normal desenvolvido

A→ Área da seção transversal

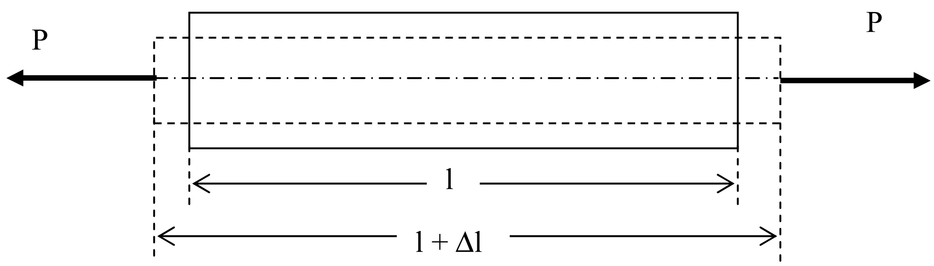
A tração ou Compressão axial simples pode ser observada, por exemplo, em tirantes, pilares e treliças.

A convenção adotada para o esforço normal (N)

Normal N
- \+ tração
- \- compressão

Nas tensões normais, adota-se a mesma convenção.

As deformações desenvolvidas podem ser calculadas diretamente pela lei de Hooke:



$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \qquad \varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

$$N = P \qquad \sigma = \frac{N}{A}$$

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} \qquad \therefore \qquad \frac{\Delta l}{l} = \frac{N}{EA} \qquad \text{ou :}$$

$$\Delta l = \frac{N.l}{E.A}$$

II. VALIDADE DA DISTRIBUIÇÃO UNIFORME

Ao adotar-se as equações acima, deve-se ter em mente que o comportamento do material é idealizado, pois todas as partículas do corpo são consideradas com contribuição igual para o equilíbrio da força N.

Pode-se calcular a resultante de força N aplicada no centróide da seção forem somadas todas as resultantes de força que atuam em todos os elementos de área que constituem a seção transversal.

$$N = \int_A \sigma.dA$$

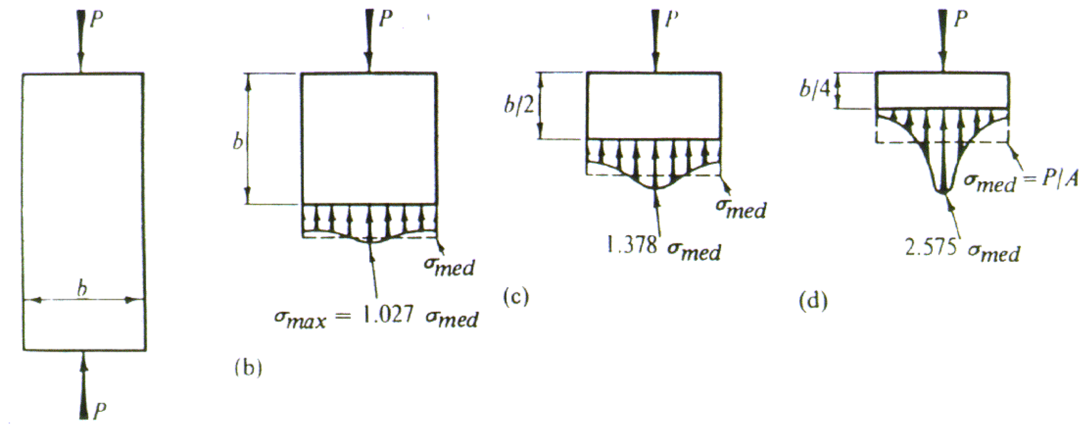
No caso de adotar-se a distribuição uniforne, em todos os elementos de área atua a mesma tensão. Decorre daí que:

$$N = \sigma.A$$

Nos materiais reais esta premissa não se verifica exatamente. Por exemplo, os metais consistem em grande número de grãos e as madeiras são fibrosas. Sendo assim, algumas partículas contribuirão mais para a resistência de que outras, e o diagrama verdadeiro de distribuição de tensões varia em cada caso particular e é bastante irregular.

Os métodos de obtenção desta distribuição exata de tensões são tratados na teoria matemática da elasticidade e mesmo assim apenas casos simples podem ser resolvidos.

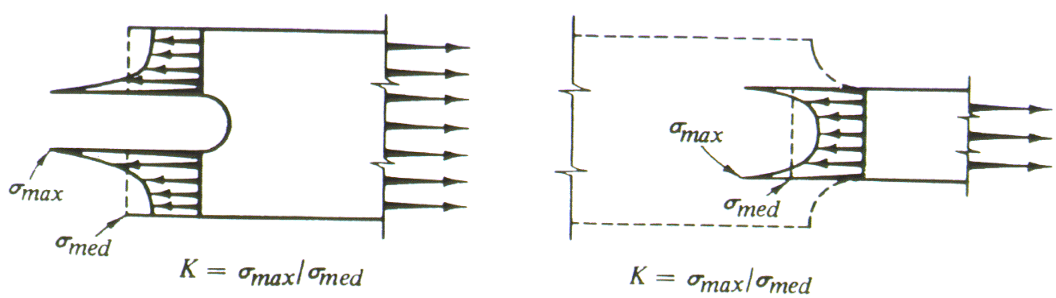
Exemplo:



Neste caso observa-se que quanto mais perto da carga aplicada estiver a seção em estudo, maior será o pico de tensões normais.

Em termos práticos porém, os cálculos pela equação da tensão uniforme são considerados corretos.

Dois fatores de concentração de tensões, onde a distribuição uniforme não é válida, são mostrados abaixo, e representam peças com variações bruscas de seção.



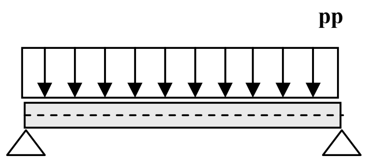
Deve-se ter um cuidado adicional para com as peças comprimidas, pois peças esbeltas devem ser verificadas a flambagem.

A flambagem representa uma situação de desequilíbrio elasto-geométrico do sistema e pode provocar o colapso sem que se atinja o esmagamento.

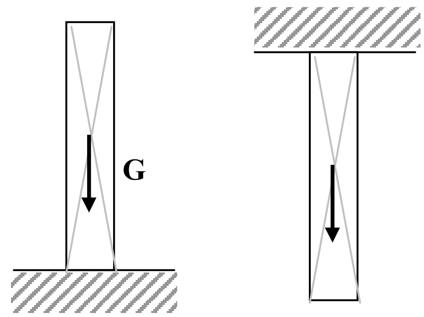
III. PESO PRÓPRIO DAS PEÇAS

O peso próprio das peças constitui-se em uma das cargas externas ativas que devem ser resistidas. Pode-se observar como se dá a ação do peso próprio:

Peças de eixo horizontal



Peças de eixo vertical



Nota-se que nas peças horizontais o peso próprio constitui-se em uma carga transversal ao eixo, desenvolvendo Momento Fletor e Esforço Cortante.

No caso das peças verticais o peso próprio (G), atua na direção do eixo longitudinal da peça e provoca Esforço Normal, que pode ter um efeito diferenciado dependendo da sua vinculação:

Nas peças suspensas (tirantes) o efeito do peso é de tração e nas apoiadas (pilares) este efeito é de compressão.

O peso próprio de uma peça (G) pode ser calculado, multiplicando-se o volume da mesma pelo peso específico do material:

$$G = A.\gamma.l$$

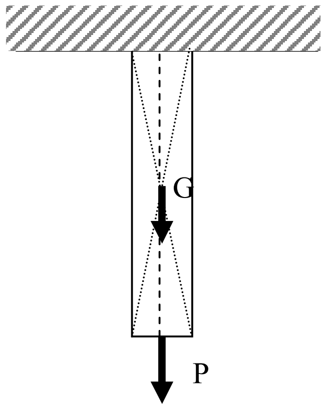
Sendo:
A - área da seção transversal da peça
l - comprimento
γ – peso específico do material

Na tração ou compressão axial a não consideração do peso próprio é o caso mais simples.

A não consideração do peso próprio se dá em peças construídas em materiais de elevada resistência, quando a mesma é capaz de resistir a grandes esforços externos com pequenas dimensões de seção transversal, ficando portanto o seu peso próprio um valor desprezível em presença da carga externa. Nestes casos é comum desprezar-se o peso próprio da peça. Exemplo: Treliças e tirantes.

A. ESFORÇOS, TENSÕES E DEFORMAÇÕES

Considere uma barra sujeita a uma carga externa P e ao seu próprio peso, conforme figura abaixo:



Sejam:

A - área de seção transversal da peça

γ - peso específico do material

l - comprimento da peça

P - carga externa atuante na peça

Pode ser feita a determinação de uma expressão genérica para o cálculo das tensões normais desenvolvidas ao longo da barra e a deformação total conseqüente.

Usando o método das seções a barra é cortada por uma seção S qualquer e isolado um dos lados do corte.

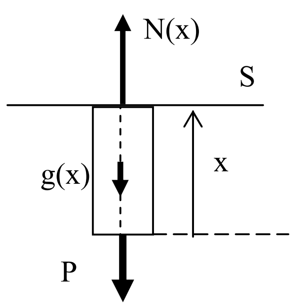
Separar-se em duas partes um corpo. Sendo uma delas extremidade livre, é conveniente que esta parte seja isolada pois evita o cálculo das reações vinculares.

Como o peso do material deve ser considerado, na seção cortada deve aparecer um esforço normal que equilibre a carga externa e também o peso próprio do material isolado.

Isto indica que a posição da seção de corte tem agora importância, pois ela determina o peso da peça isolado pelo corte.

De acordo com esta conclusão deve-se criar uma variável que nos indique a posição da seção de corte desejada.

Fazendo x ser uma ordenada genérica da posição da seção à ser analisada e como a barra tem um comprimento L:



$$0 \leq x \leq L$$

Aplica-se a equação de equilíbrio pertinente:

$$\Sigma F_y = 0 \qquad N - P - g = 0$$

$$N = P + g_{(x)}$$

onde $g_{(x)}$ é o peso parcial da barra isolada pelo corte

Para o cálculo do peso de um corpo, multiplica-se o seu volume por seu peso específico

$V = A.x$ $\therefore$ $g_x = A \cdot \gamma \cdot x$

$$N = P + A \cdot \gamma \cdot x$$

Observe-se que o esforço normal varia linearmente em função da ordenada x da seção de referência.

Como $0 \leq x \leq L$ pode-se calcular os valores extremos do esforço normal

$x = 0$ $N = P$

$x = l$ $N_{máx} = P + A \cdot \gamma \cdot L$

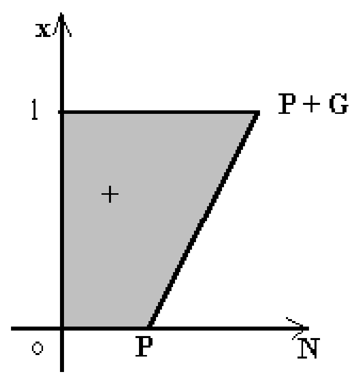
Chamando de G o peso total da barra

$$G = A.\gamma.l$$

Pode-se escrever de outra forma o máximo esforço normal:

$$N_{máx} = P + G$$

A descrição da variação do esforço normal pode ser expressa de forma gráfica:



Assim como se desenvolveram as expressões analíticas para o esforço normal, pode-se desenvolver a expressão para as tensões normais:

Sabendo que $\sigma_{(x)} = \dfrac{N}{A}$

Como $N_{(x)} = P + A \cdot \gamma \cdot x$ então: $\sigma_{(x)} = \dfrac{P + A.\gamma.x}{A}$ ou

$$\sigma_{(x)} = \frac{P}{A} + \gamma.x$$

Substituindo x por seus valores extremos tem-se:

x = 0 $$\sigma = \frac{P}{A}$$

x = L $$\sigma_{máx} = \frac{P}{A} + \gamma \, . \, l$$

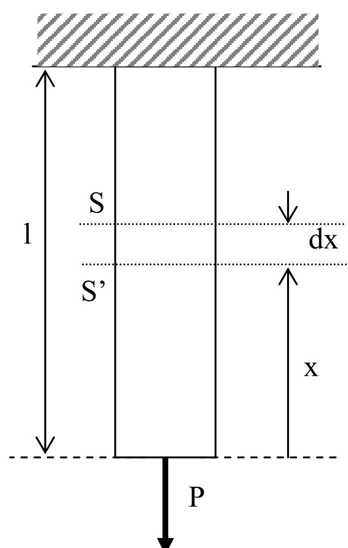
Com modificações algébricas pode-se expressar o valor da tensão máxima em função do peso total da barra, colocando A como denominador comum às parcelas:

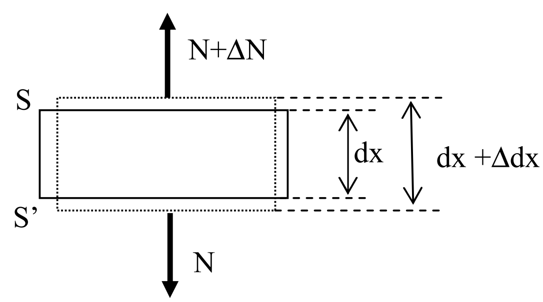
$$\sigma máx = \frac{P + A.\gamma.l}{A}$$

ou

$$\sigma\; máx = \frac{P + G}{A}$$

Para a determinação da deformação total (Δ l) sofrida por uma barra sujeita à uma carga externa (P) e ao seu peso próprio (G), e utiliza-se o método das seções. Isola-se um trecho desta barra cortando-a por duas seções transversais S e S' infinitamente próximas, formando um prisma de comprimento elementar dx que se alongará apresentando um comprimento dx + Δdx.





$$\varepsilon = \frac{\Delta\, dx}{dx} \qquad \therefore \qquad \Delta\, dx = \varepsilon \, . \, dx$$

$$\sigma = \frac{\sigma_x}{E} \qquad \therefore \qquad \Delta\, dx = \frac{\sigma_x}{E} . \, dx$$ (alongamento do trecho de comprimento dx)

como visto anteriormente

$$\sigma_x = \frac{P}{A} + \gamma.x$$

então:

$$\Delta dx = \frac{P}{EA}dx + \frac{\gamma.x}{E}dx$$

Como se quer o alongamento da barra toda se deve fazer o somatório dos diversos trechos de comprimento dx que compõem a barra, ou seja:

$$\Delta l = \int_0^l \left(\frac{P}{EA}\right).dx + \left(\frac{\gamma.x}{E}.dx\right)$$

Efetuando as integrais:

$$\Delta l = \frac{P.l}{E.A} + \frac{\gamma.l^2}{2.E}$$

Pode-se expressar a equação da deformação total em função do peso total G da peça, fazendo algumas modificações algébricas:

$$\Delta l = \frac{l}{EA}\left(P + \frac{G}{2}\right)$$

Observações:

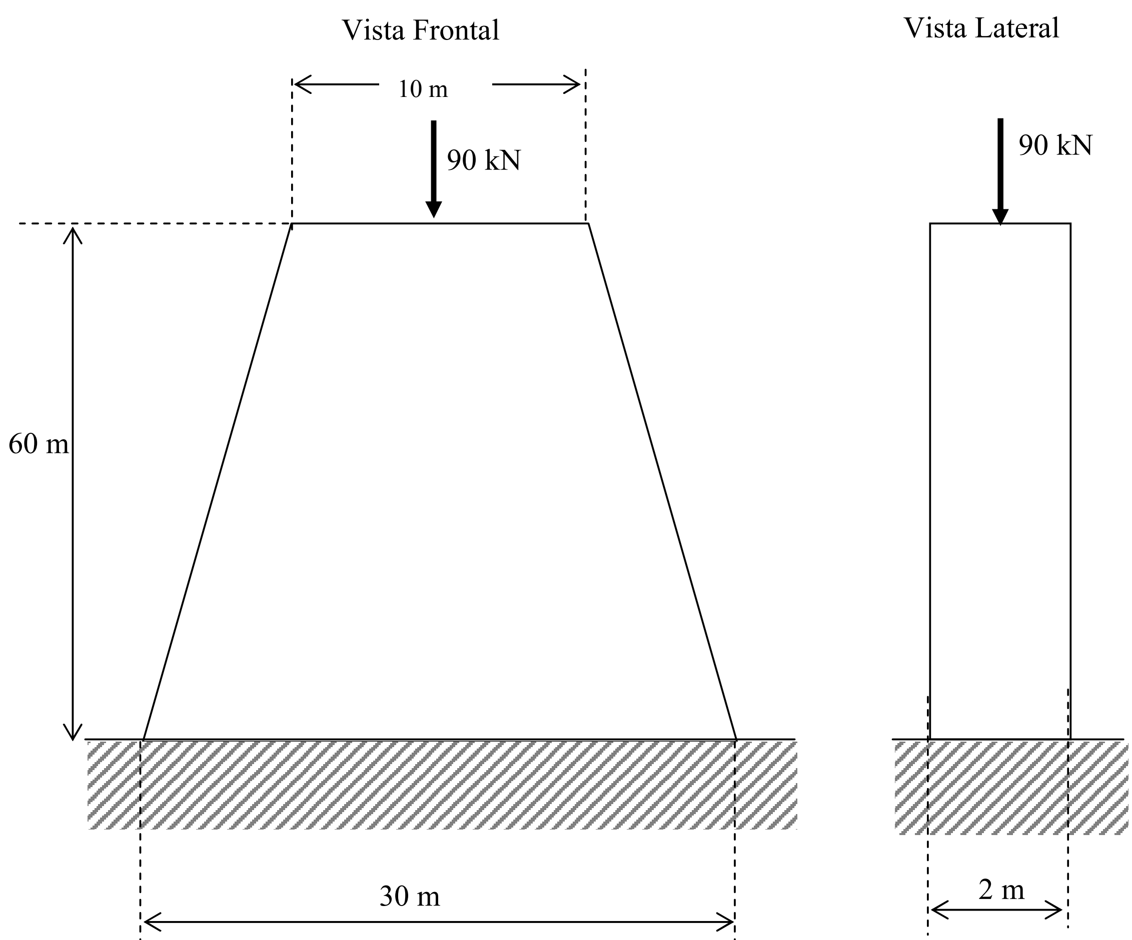
1. Nas expressões acima deduzidas a carga P das primeiras parcelas representa esforços externos à peça em estudo ficando as segundas parcelas com o efeito do peso próprio.
2. Tanto o esforço normal máximo como a tensão normal máxima foram expressos em duas equações, uma em função do peso específico do material e outra em função do peso total da peça. A utilização de uma ou outra equação depende da conveniência do problema.
3. Como foi utilizado na dedução destas expressões, um exemplo em que tanto a carga externa como o peso próprio são esforços de tração, ambas as parcelas são positivas. No caso de haver qualquer um destes efeitos negativo (compressão) deve-se mudar o sinal da parcela correspondente.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS:

1. Uma barra de seção transversal retangular de 3 x 1 cm tem comprimento de 3 m. Determinar o alongamento produzido por uma carga axial de tração de 60 kN, sabendo-se que o módulo de elasticidade longitudinal do material é de 2 . 10^4 kN/cm^2.

   R: 0,3 cm

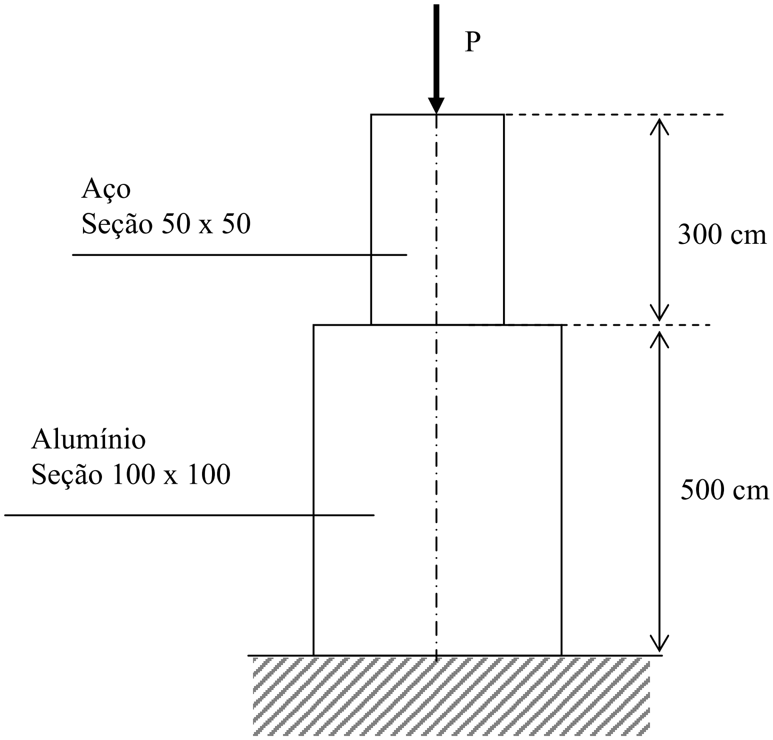
2. Determine as tensões normais desenvolvidas no pilar abaixo indicado nas seções de topo, meia altura e base. O material com que ela é construída tem peso específico 30 kN/m^3.



3. Uma barra de aço e outra de alumínio têm as dimensões indicadas na figura.Determine a carga "P" que provocará um encurtamento total de 0,25 mm no comprimento do sistema. Admitimos que as barras sejam impedidas de flambar lateralmente, e despreza-se o peso próprio das barras.

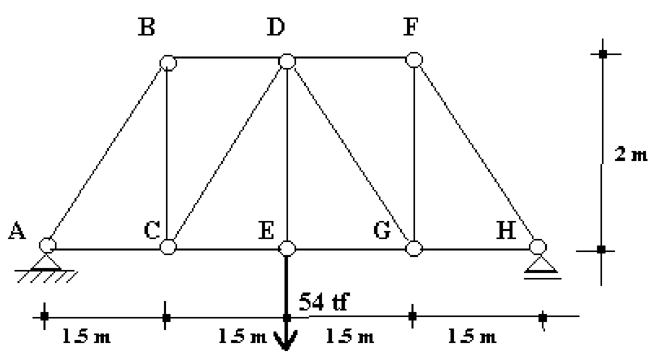
   Dados: $E_{aço}$ = 2 . 10^4 kN/cm^2 E_{Al} = 0,7 . 10^4 kN/cm^2

   OBS : medidas em cm



R : P ≅ 1.900 kN

4. A treliça da figura suporta uma força de 54 tf. Determine a área das seções transversais das barras BD, CE e DE sabendo-se que a tensão admissível de escoamento do material é de l.400 Kgf/cm^2. Determine também o alongamento da barra DE sendo E= 2,1 . 10^{4}kN/cm^2.



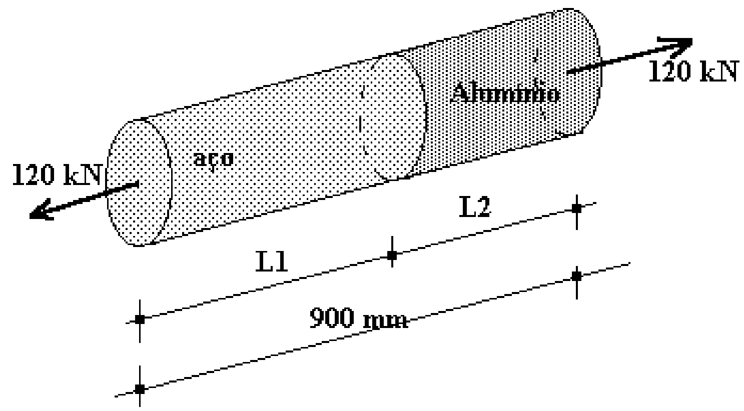
R: A_{DE} = 38,57 cm^2
Δl_{DE} = 0,133 cm
A_{CE} =28,92 cm^2
A_{BD} = 14,46 cm^2

5. Um cilindro sólido de 50 mm de diâmetro e 900 mm de comprimento acham-se sujeito à uma força axial de tração de 120 kN. Uma parte deste cilindro de comprimento L_1 é de aço e a outra parte unida ao aço é de alumínio e tem comprimento L_2.

   a. Determinar os comprimentos L_1 e L_2 de modo que os dois materiais apresentem o mesmo alongamento.

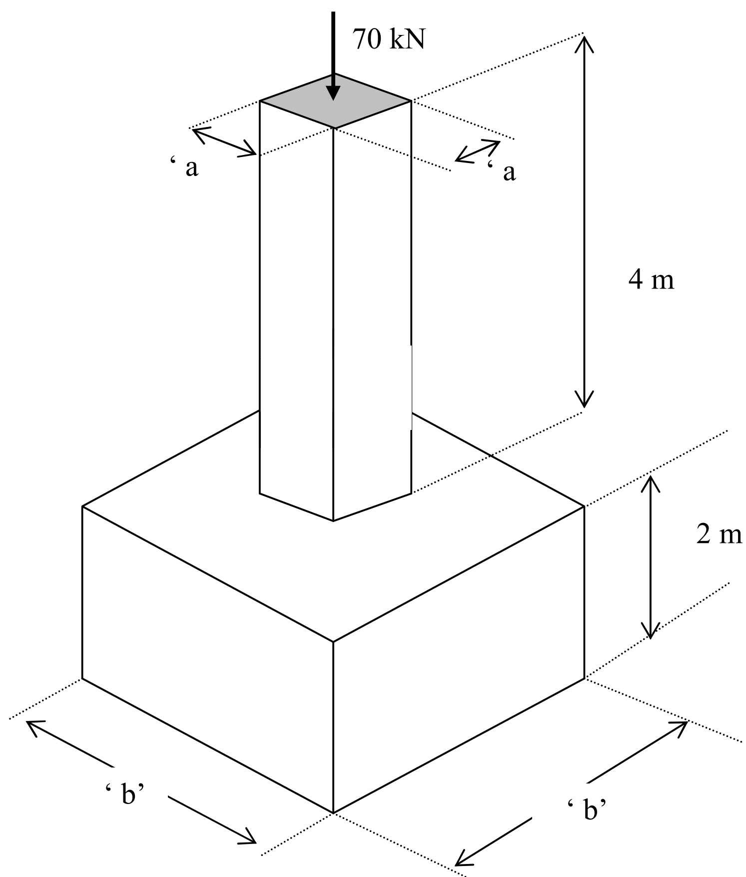
   b. Qual o alongamento total do cilindro.

Dados: $E_{aço}$ = 2 . 10^4 kN/cm^2 E_{Al} = 0,7 . 10^4 kN/cm^2



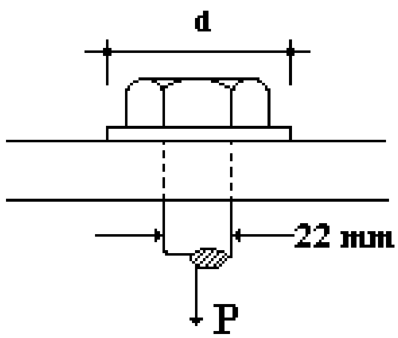
R: (a) L_1 = 66,5 cm
L_2 = 23,33 cm
(b) Δl = 0,04 cm

6. Um pilar de tijolos recebe uma carga axial de 70 kN. Dimensione-o com seção quadrada de lado “a” levando em conta que a tensão admissível de compressão para esta alvenaria é de 0,08 kN/cm^2. Dimensione também o seu bloco de fundação, com seção igualmente quadrada e lado “b”, sabendo que o solo onde o sistema assenta tem uma tensão de compressão admissível de 0,025 kN/cm^2.
(DICA: O peso próprio dos materiais deve ser considerado).
Dados : $\gamma_{alvenaria}$= 15 kN/m^3. $\gamma_{concreto}$= 25 kN/m^3.



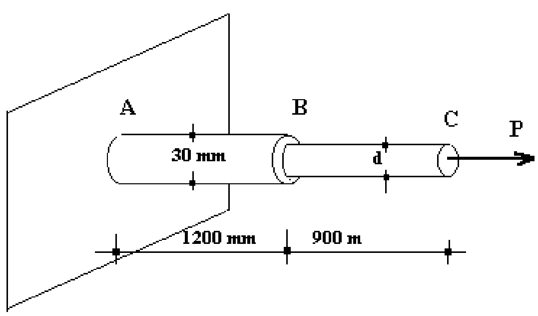
R: a ≥ 30,76 cm
b≥ 61,51 cm

7. A carga P aplicada à um pino de aço é transmitida por um suporte de madeira por intermédio de uma arruela de diâmetro interno 25 mm e de diâmetro externo "d". Sabendo-se que a tensão normal axial no pino de aço não deve ultrapassar 35 MPa e que a tensão de esmagamento média entre a peça de madeira e a arruela não deve exceder 5MPa, calcule o diâmetro "d" necessário para a arruela.



R: 6,32 cm

8. Aplica-se à extremidade C da barra de aço ABC uma carga de 66,7 kN. Sabe-se que $E_{aço}$ é de $2{,}1.10^4$ kN/cm^2. Determinar o diâmetro "d" da parte BC para a qual o deslocamento do ponto C seja de 1,3 mm.



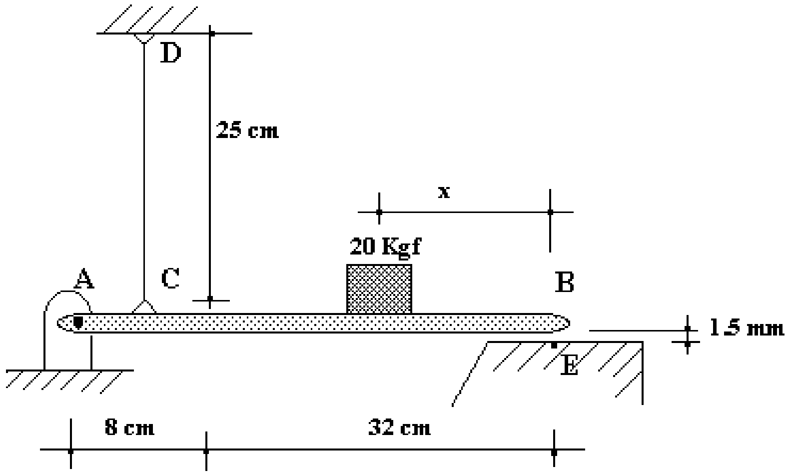
R: 21,8 mm

9. Usando o desenho do problema anterior, suponha as duas partes da barra de alumínio com módulo de elasticidade longitudinal de 0,7 . 10^4kN/cm^2. O diâmetro da parte BC é de 28 mm. Determinar a máxima força que pode ser aplicada na extremidade C sabendo-se que o seu deslocamento não pode ultrapassar 3,8 mm. Sabe-se que a tensão de escoamento admissível para o alumínio é de 16,5 kN/cm^2.

R: P ≅ 84 kN

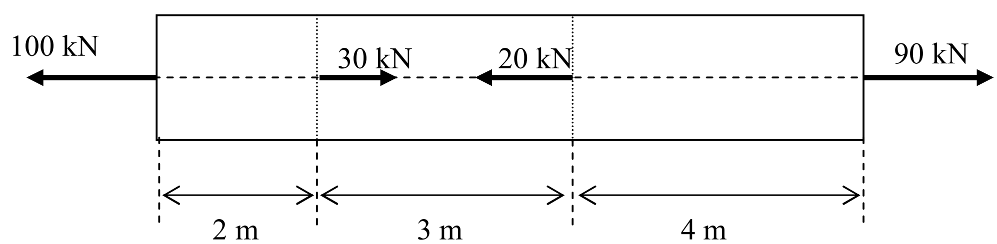
10. O fio de aço CD de 2 mm de diâmetro tem seu comprimento ajustado para que sem nenhum carregamento exista uma distancia média de 1,5 mm entre a extremidade B da viga rígida ABC e o ponto de contato E. Pede-se determinar em que ponto deve ser colocado o bloco de 20 kgf sobre a viga de modo a causar contato entre B e E.

Dados do aço: E = 2 . 10^4 kN/cm^2.



R: x = 10 cm

11. Uma barra de aço tem seção transversal de 10 cm^2 e está solicitada pelas forças axiais indicadas. Determinar as tensões desenvolvidas nos diversos trechos da barra.



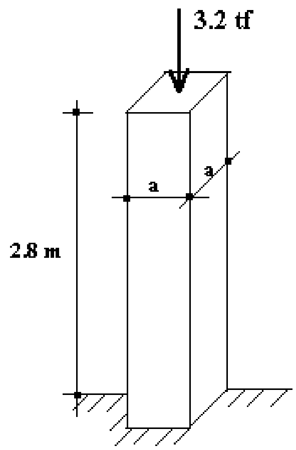
R: trecho 1 : 10 kN /cm^2
trecho 2 : 7 kN/cm^2
trecho 3 : 9 kN/cm^2

12. Uma barra de aço colocada na horizontal mede 5 m. Calcular o seu alongamento quando suspensa verticalmente por uma extremidade. Dados do aço:

E = 2,1 . 10^4 kN/cm^2 γ = 80 kN/m^3

R: 0,004763 mm

13. Um pilar de tijolos comuns deve receber uma carga oriunda de um telhado de 32 kN. Dimensione-o com seção quadrada sabendo que a alvenaria apresenta peso específico de 19 kN/m^3 e tem uma tensão de compressão admissível de 6 kgf/cm^2.

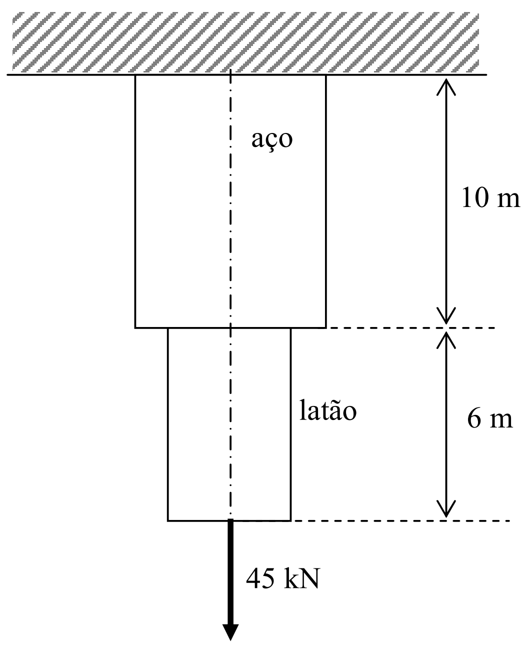


R: $a \geq 24{,}2$ cm

14. Duas barras prismáticas rigidamente ligadas entre si suportam uma carga axial de 45 kN como se indica a figura. A barra superior é de aço, tem 10 m de comprimento e seção transversal com 65 cm^2 de área; a barra inferior é de latão, tem 6 m de comprimento e seção transversal com 52 cm^2 de área. Pedem-se as máximas tensões de cada material e o alongamento do sistema.

Dados: aço / latão

	aço	latão
	$E = 2{,}1 \cdot 10^4$ kN/cm^2	$E = 0{,}9 \cdot 10^4$ kN/cm^2
	$\gamma = 78$ kN/m^3	$\gamma = 83$ kN/m^3



R: $\sigma_{máx\ aço} = 0{,}81$ kN/cm^2

$\sigma_{máx\ latão} = 0{,}91$ kN/cm^2

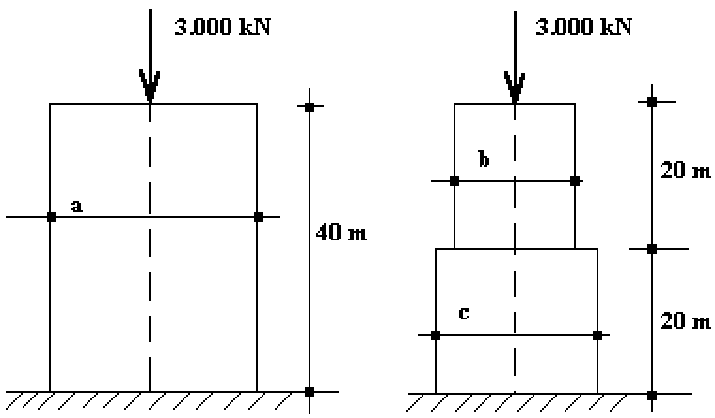
$\Delta l = 0{,}096$ cm

15. Para a peça do problema anterior, supondo toda ela de latão, qual a área necessária para a parte de cima para que se tenha a mesma tensão máxima desenvolvida na parte de baixo.Neste caso qual é o alongamento sofrido.

R: $A_{nec} \geq 57{,}54\ cm^2$
$\Delta l = 0{,}1558$ cm

16. Determine as dimensões 'a', 'b' e 'c' dos pilares abaixo com seção circular que recebem uma carga axial de 3.000 kN. Determine também a percentagem de material economizado quando se adota a segunda distribuição. Dados do material:

$\gamma = 90\ kN/m^3$ $\qquad \bar{\sigma}_e = 0.5\ kN/cm^2$



R: a ≥ 165.17 cm
b ≥ 109.25 cm
c ≥ 136.56 cm
econ ≅ 44 %